

一种直升机运动模态中纵横向耦合分析方法

陈 元, 陈仁良

(南京航空航天大学 直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 提出了一种定量分析直升机纵横向耦合特性的方法,包括运动模态中状态量间耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。幅值特性描述耦合作用的相对强弱,时间特性描述耦合作用起增强/减弱作用的时间比例,积分特性描述耦合作用引起状态量发散/收敛的快慢。将该方法应用于“美洲豹”直升机悬停状态的典型纵向振荡模态,对比分析了该运动模态纵横向分离和纵横向耦合情况下状态量之间的耦合特性。分析发现,纵横向耦合使得横向速度和滚转角速度对俯仰角速度产生耦合,耦合强度是纵向速度对俯仰角速度耦合作用的近 3 倍,并加快了俯仰角速度的发散。纵横向耦合显著改变了该运动模态的耦合特性,进而影响了其稳定性。

关 键 词: 直升机; 飞行动力学; 悬停; 耦合; 运动模态

中图分类号: V212.4

文献标志码: A

An analytical method for longitudinal-lateral couplings in helicopter motional modes

CHEN Yuan, CHEN Renliang

(National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A quantitative method to analyze helicopter longitudinal-lateral coupling characteristics was put forward, including amplitude characteristics, time characteristics, and integration characteristics of couplings among state variables of a motional mode. Relative strengths of couplings could be reflected by amplitude characteristics. Time ratios of couplings with intensifying or diminishing effects could be described by time characteristics. And divergence or convergence rates of state variables caused by couplings could be represented by integration characteristics. With the typical longitudinal oscillatory mode of a hovering Puma helicopter as an example, the couplings characteristics among state variables of the mode were analyzed through comparison between longitudinal-lateral decoupled and coupled conditions. It showed that, because of longitudinal-lateral couplings, both lateral velocity and roll rate had effects on pitch rate, and their strength was almost three times the effect of longitudinal velocity on pitch rate, and the divergence rate of pitch rate was accelerated. Longitudinal-lateral couplings had a great effect on coupling characteristics of the mode, and the dynamic stability was influenced further.

Key words: helicopter; flight dynamics; hover; coupling; motional mode

收稿日期: 2015-10-19

作者简介: 陈元(1989—),男,博士生,主要从事直升机飞行动力学研究。

引用格式: 陈元,陈仁良. 一种直升机运动模态中纵横向耦合分析方法[J]. 航空动力学报, 2017, 32(7): 1639-1647. CHEN Yuan, CHEN Renliang. An analytical method for longitudinal-lateral couplings in helicopter motional modes[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(7): 1639-1647.

直升机能够垂直起降和空中悬停,具有出色的低空、低速性能,在军、民用各个领域具有广阔的用途。

对于常规的单旋翼带尾桨直升机,由于气动布局不对称,加上气动干扰严重,与固定翼飞机相比,存在显著的纵横向运动耦合,影响直升机的稳定性^[1]。因此,直升机纵横向运动耦合是当前直升机设计面临的热点和难点。

Gessow 和 Amer^[2]最早采用类比方式分析了与固定翼飞机相对应的直升机纵向振荡模态的运动情景。此后,人们大多关注直升机运动模式的特征值(稳定性)和模态向量^[3-13],但仅仅从特征值和特征向量不能反映运动模态状态量之间的耦合关系。为了认识运动模态中的耦合,Bramwell 等^[14]和 Padfield^[1]通过简化模型分析了纵横向分离时直升机运动模式的耦合特性,高正和陈仁良^[15]在这方面也取得了类似进展。由于上述研究主要针对纵横向分离的情况,对纵横向耦合的运动模态缺乏深入的研究。另外,直升机的离轴响应与纵横向耦合直接关联,由于对纵横向耦合研究缺乏完整的认识,对引起直升机离轴响应的原因在直升机界至今尚未达成共识^[16-26]。

本文提出一种能定量揭示直升机运动模态中状态量耦合特性的分析方法。该方法基于直升机配平状态的派生系统,通过耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性,定量描述运动模态中状态量间的耦合作用。然后以“美洲豹”直升机悬停状态为例,分析纵横向分离时典型纵向振荡模态的耦合特性,在此基础上,进一步分析纵横向耦合时上述振荡模态中纵向状态量耦合特性的变化。

1 运动模态内状态量耦合分析方法

直升机 6 自由度飞行动力学模型是一种强耦合的非线性动力学系统^[27],可表示成如下状态向量形式

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \tag{1}$$

式中 $\mathbf{y}$ 为直升机状态向量,包括直升机体轴系速度、角速度和姿态,向量 $\mathbf{y}$ 张成了 n 维 Euclid 空间 $\mathbf{V}_1$ 。 $\dot{\mathbf{y}}$ 为 $\mathbf{y}$ 的时间变化率,因此有 $\dot{\mathbf{y}} \in \mathbf{V}_1$ 。 $\mathbf{u}$ 为直升机操纵向量,包括旋翼总距,旋翼纵、横向周期变距以及尾桨总距,向量 $\mathbf{u}$ 张成了 s 维 Euclid 空间 $\mathbf{U}$ 。向量函数 $\mathbf{f}$ 是 Euclid 空间 $(\mathbf{V}_1 + \mathbf{U})$ ($\mathbf{V}_1$ 和 $\mathbf{U}$ 的直和)到 $\mathbf{V}_1$ 的映射。

满足 $\mathbf{f} = 0$ 的 $(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$,是直升机的配平状态。为了探索直升机的耦合特性,通过线性化得到配

平状态的派生系统^[28]

$$\Delta \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{Df}(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0) \cdot \Delta \mathbf{y} \tag{2}$$

式中 $\Delta \mathbf{y}$ 是 $\mathbf{y}_0$ 的邻域内的扰动量, $\mathbf{D}$ 为导算子, $\mathbf{Df}(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$ 为 $\mathbf{f}$ 在 $(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$ 处的 Jacobi 矩阵,上述派生系统是式(1)在配平状态的线性化方程, $\mathbf{Df}(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$ 为相应的气动导数矩阵。

为了便于分析,令 $\mathbf{A} = \mathbf{Df}(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$, 气动导数矩阵 $\mathbf{A}$ 通常具有 n 个线性无关特征向量,因此存在对角矩阵 $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_m] (m = 1 \sim n)$ 和可逆矩阵 $\mathbf{W}$,使得

$$\mathbf{A} = \mathbf{W} \mathbf{\Lambda} \mathbf{W}^{-1} \tag{3}$$

其中 λ_m 为模态的特征值,其实部反映了直升机在配平状态 $(\mathbf{y}_0, \mathbf{u}_0)$ 的谱稳定性。根据式(3),可得直升机的受扰运动(式(2)的解)为^[29]

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{W} \text{diag} [\exp(\lambda_m t)] \mathbf{W}^{-1} \Delta \mathbf{y} \Big|_{t=0} \tag{4}$$

其中 $\Delta \mathbf{y} \Big|_{t=0}$ 为初始扰动。

令初始扰动为某模态的特征向量,即

$$\Delta \mathbf{y} \Big|_{t=0} = \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon}_m \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_m = [0_1 \cdots 0_{m-1} \ 1_m \ 0_{m+1} \cdots 0_n]^T$, 则式(4)描述的直升机第 m 个运动模态。

为了研究直升机任一模态中状态量之间的耦合关系^[30-31],定义如下耦合作用因子:

$$C_{jk} \triangleq A_{jk} (\mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon}_m)_k = A_{jk} W_{km} \tag{6}$$

式中 C_{jk} 代表运动模态中状态量 Δy_k 对 Δy_j 的耦合作用,包含了耦合作用的幅值和相位。下标 k 出现在等式两边,仅表示运动模态中状态量的序号,与张量分析中的求和约定无关(下同)。 A_{jk} 和 W_{km} 分别是 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{W}$ 中的元素。对于零特征值模态,运动状态不随时间变化,无耦合作用。

将式(4)~式(6)代入式(2)可得

$$\Delta \dot{y}_j = \sum_{k=1}^n [\exp(\lambda_m t) C_{jk}], \quad (j = 1 \sim n) \tag{7}$$

式(7)表明,运动模态中,某一状态量 (Δy_j) 的变化是所有状态量通过耦合作用因子 $(C_{jk}, k = 1 \sim n)$ 共同作用的结果。而且同一模态内的所有耦合作用具有相同的发散/收敛速率和交变周期。据此可以进一步分析某一模态内各状态量间的耦合作用。

1.1 运动模态内状态量耦合作用的幅值特性

根据式(7),当 λ_m 为复数时,对于所有作用于 Δy_j 的耦合作用, C_{jk} 的幅值越大,耦合作用越强。据此提出耦合作用的幅值特性 C_{jk}^s 为

$$C_{jk}^s \triangleq |C_{jk}| \tag{8}$$

对于非零实模态, C_{jk} 为实数,绝对值越大耦

合作用越强,式(8)中的幅值特性 C_{jk}^s 依然适用。

幅值特性 C_{jk}^s 反映了所有作用于 Δy_j 的耦合作用的相对强弱。

1.2 运动模态内状态量耦合作用的时间特性

状态量间的耦合作用不仅与幅值有关,还与相位有关,针对状态量间耦合作用的相位关系,提出耦合作用的时间特性。

复模态中,状态量和耦合作用都会发生周期性变化。在式(4)和式(5)所描述的运动模态中,状态量 Δy_j 的运动为

$$\Delta y_j = \exp(\lambda_m t) W_{jm} \tag{9}$$

其中 W_{jm} 是 W 中的元素。结合式(7)和式(9)分析可知,在一个运动周期内,当 C_{jk} 与 W_{jm} 在复平面内的夹角为锐角时,则 Δy_k 对 Δy_j 的耦合作用起增强作用的时间超过半个周期;为钝角时,反之;为直角时,各占一半。因此,令

$$\alpha_{jk} = \eta(C_{jk}) - \eta(W_{jm}) \tag{10}$$

式中 $\eta(C_{jk})$ 和 $\eta(W_{jm})$ 分别为 C_{jk} 和 W_{jm} 的相位,且有 $\alpha_{jk} \in (-\pi, \pi]$ 。据此,提出耦合作用的时间特性 C_{jk}^a 为

$$C_{jk}^a \triangleq \begin{cases} 1 - |\alpha_{jk}|/\pi \in [0.5, 1], & |\alpha_{jk}| \leq \pi/2 \\ 1 - |\alpha_{jk}|/\pi \in [0, 0.5), & \pi/2 < |\alpha_{jk}| \leq \pi \end{cases} \tag{11}$$

时间特性表征了一个周期内 Δy_k 对 Δy_j 起增强作用的时间比例。特别地,当 C_{jk} 为 0 时,表示没有耦合作用,此时将 C_{jk}^a 定为 0。

实模态中,式(10)中对应的 α_{jk} 为 0 或 π ,式(11)中 C_{jk}^a 的值为 1 或 0,分别对应始终起增强作用或始终起减弱作用。因而,式(11)中的时间特性 C_{jk}^a 依然适用。

时间特性反映的是一个周期内状态量间的耦合作用分别起增强作用和减弱作用的时间比例。

1.3 运动模态内状态量耦合作用的积分特性

为了进一步揭示运动模态内所有状态量对某一状态量的耦合作用引起该状态量发散/收敛的快慢,提出积分特性。

对于复模态,经过一个周期, Δy_k 对 Δy_j 的耦合作用引起的 Δy_j 的变化为

$$\int_{t_0}^{t_0+T_m} \exp(\lambda_m t) C_{jk} dt = c |C_{jk}| \exp(i\beta_{jk}) \tag{12}$$

式中 T_m 为周期, c 和 β_{jk} 分别为

$$c = |\exp[2\pi \text{Re}(\lambda_m)] / |\text{Im}(\lambda_m)| - 1| \cdot$$

$$\exp[\text{Re}(\lambda_m) t_0 + i\eta(\Delta y_j|_{t_0})] / |\lambda_m|$$

$$\beta_{jk} = \alpha_{jk} - \arctan[\text{Im}(\lambda_m) / \text{Re}(\lambda_m)]$$

对于 $\forall t_0 \in [0, +\infty)$, c 中 $\eta(\Delta y_j|_{t_0})$ 为 Δy_j 在 t_0 时刻的相位, c 中的其余项均为正实数,因而 c 与 t_0 时刻的 Δy_j 同相位,式(12)中的 $|C_{jk}| \exp(i\beta_{jk})$ 便反映了耦合作用积分特性的特点。进一步可将 $|C_{jk}| \exp(i\beta_{jk})$ 表示成

$$|C_{jk}| \exp(i\beta_{jk}) = |C_{jk}| \cos\beta_{jk} + \exp \pi i/2 |C_{jk}| \sin\beta_{jk} \triangleq C_{jk}^g + iC_{jk}^v \tag{13}$$

式中的积分特性 $C_{jk}^g \triangleq |C_{jk}| \cos\beta_{jk}$ 平行于 Δy_j , $C_{jk}^g > 0$ 时,表明经过一个周期耦合作用使 $|\Delta y_j|$ 增加,积分特性起增强作用;反之,起减弱作用;为零,则无作用。而式中的 C_{jk}^v 垂直于 Δy_j , 各耦合作用的 C_{jk}^v 之和为 0,相互抵消。

值得注意的是,当 $|\alpha_{jk}| < \pi/2$ 时, $C_{jk}^g > 0.5$, 即耦合作用超过一半的时间起增强作用,但由于 λ_m 相位的不同, $|\beta_{jk}|$ 可能大于 $\pi/2$, 使 $C_{jk}^g < 0$, 积分特性反而起减弱作用;反之,亦有可能。如果模态不稳定,作用于某一状态量的所有耦合作用的积分特性之和必定为正;如果稳定,则为负;如果是简谐振荡,则为 0。

当 $\text{Re}(\lambda_m) = 0$ 时,为无阻尼简谐振荡,式(12)始终为 0,即周期积分不产生耦合作用。

对于实模态,不存在周期,且 Δy_j 的相位(符号)始终保持不变,因此针对 $\forall t_0 \in [0, +\infty)$, 任意 Δt 时间内 Δy_k 对 Δy_j 的耦合作用引起的 Δy_j 的变化为

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \exp(\lambda_m t) C_{jk} dt = \{[\exp(\lambda_m \Delta t) - 1] / \lambda_m \cdot \exp[\lambda_m t_0 + i\eta(\Delta y_j|_{t_0})]\} \cdot [|C_{jk}| \exp(i\beta_{jk})] \tag{14}$$

与式(12)对比可知,式(13)中积分特性 C_{jk}^g 在此处仍然适用,只是此时 $\beta_{jk} = \alpha_{jk}$ 。

以上分析表明,积分特性通过对一个周期内的耦合净作用定量描述耦合作用引起状态量发散/收敛的快慢。它与幅值特性(耦合作用强弱)、时间特性(耦合作用的增强与减弱作用的时间比例)一起共同评价运动模态中状态量之间的耦合作用。

特别地, Δy_j 也会对自身产生作用(C_{jj}),对应直升机的速度和角速度对其自身的阻尼作用,对自身的阻尼作用虽不是耦合,但是前文提出的 3 个特性依然适用,对应的幅值特性反映阻尼作用的强弱,时间特性为零,积分特性为负。

2 算例分析

为了说明上述分析方法的有效性,以“美洲豹”(SA 330)直升机为例,分析悬停状态运动模态中状态量间的耦合特性以及纵横向耦合对耦合特性的影响。算例中的“美洲豹”直升机总质量为 5805 kg,正常重心,在海平面悬停。相应的气动导数矩阵为^[14]

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中纵向矩阵为

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -0.0176 & 0.0076 & 0.6717 & -9.8063 \\ -0.0092 & -0.3195 & 0.0126 & -0.2803 \\ 0.0113 & -0.0057 & -0.4506 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9989 & 0 \end{bmatrix}$$

横航向对纵向的耦合矩阵为

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0.0287 & 0.3966 & 0 & 0 \\ 0.0059 & 0.0210 & -0.4532 & 0 \\ -0.0193 & -0.2667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0467 \end{bmatrix}$$

纵向对横航向的耦合矩阵为

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} -0.0287 & 0.0012 & 0.3973 & -0.0129 \\ -0.0684 & -0.0009 & 0.9462 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0013 & 0 \\ -0.0082 & -0.0050 & 0.1107 & 0 \end{bmatrix}$$

横航向矩阵为

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} -0.0374 & -0.6983 & 9.7953 & 0.1415 \\ -0.0491 & -1.6119 & 0 & 0.0713 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0.0285 \\ 0.0249 & -0.1361 & 0 & -0.2850 \end{bmatrix}$$

与 $\mathbf{A}$ 对应的状态向量为

$$\Delta \mathbf{y} = (\Delta u \ \Delta w \ \Delta q \ \Delta \theta, \ \Delta v \ \Delta p \ \Delta \gamma \ \Delta r)^T = (\Delta \mathbf{y}_{\text{lon}}^T, \ \Delta \mathbf{y}_{\text{lat}}^T)^T \quad (16)$$

其中纵向状态量 $\Delta \mathbf{y}_{\text{lon}}$ 包含纵向速度 Δu 、垂向速度 Δw 、俯仰角速度 Δq 和俯仰姿态 $\Delta \theta$;横航向状态量 $\Delta \mathbf{y}_{\text{lat}}$ 包含横向速度 Δv 、滚转角速度 Δp 、滚转姿态 $\Delta \gamma$ 和偏航角速度 Δr 。

由 $\mathbf{A}_{11}$ 和 $\mathbf{A}_{22}$ 可得到纵横向分离的纵向和横航向运动模态特征值;由 $\mathbf{A}$ 可得到纵横向耦合的运动模态特征值。

表 1 给出了纵横向分离和纵横向耦合情况下

的特征值。由表 1 可以看出,纵横向耦合使纵向的振荡模态变得更不稳定,使横航向的振荡模态由轻微不稳定变得稳定,且使纵向和横航向的非振荡稳定模态变成振荡稳定模态。根据广义根轨迹^[32],可进一步得到纵横向分离时的特征值演变成纵横向耦合时的特征值,如图 1 所示。

表 1 运动模态特征值对比
Table 1 Eigenvalue comparison of motional modes

Direction	Eigenvalue	
	Decoupled	Coupled
Longitudinal	$0.1153 \pm 0.3811i$	$0.2772 \pm 0.5006i$
	-0.3278	-0.3262
	-0.6904	$-1.2992 \pm 0.2021i$
Lateral	-1.7837	
	$0.0425 \pm 0.5018i$	$-0.0410 \pm 0.5690i$
	-0.2357	-0.2698

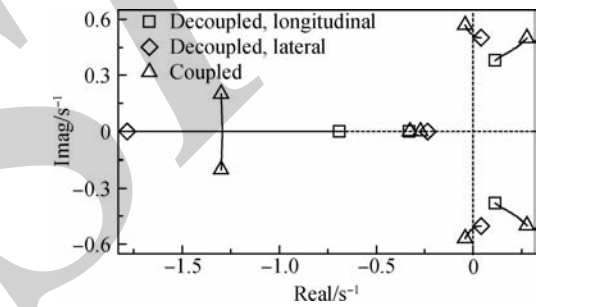


图 1 模态特征值对应关系
Fig. 1 Correspondence of mode eigenvalues

由表 1 和图 1 可以看出,纵横向耦合使典型纵向振荡模态的稳定根由 $(0.1153 + 0.3811i)$ 变为 $(0.2772 + 0.5006i)$,表明纵横向耦合直接影响直升机的稳定性。本文针对上述模态,分析该运动模态内状态量间的耦合特性以及纵横向耦合对该运动模态耦合特性的影响。

2.1 纵横向分离的情况

图 2 中给出了纵横向分离时典型纵向振荡模态在复平面内的模态向量。由图可知,该模态中的垂向运动很小($10|\Delta w| < |\Delta u|$)。但运动量小,并不代表耦合作用也小,所以在分析运动模态的耦合特性时,通过幅值特性、时间特性和积分特性分析全部状态量之间的相互耦合作用。

根据式(8)、式(10)和式(13)可计算得到上述运动模态中所有状态量对某一状态量耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。

表 2 列出了所有纵向状态量对纵向速度耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。从幅值

特性可以看出,俯仰姿态对纵向速度耦合作用的幅值特性 C_{14}^s 的值最大,耦合相对最强,其余状态量对纵向速度耦合作用幅值特性的值均不足 C_{14}^s 的 10%。从时间特性可以看出,俯仰姿态 59.84% 的时间对纵向速度起增强作用(C_{14}^s)。其余耦合作用的幅值特性虽然较小,但也表现出各不相同的时间特性。从积分特性可以看出,俯仰姿态对纵向速度耦合作用积分特性 C_{14}^a 的值为正,会加快纵向速度的发散。而其余耦合作用积分特性的值均相对较小。以上分析表明,纵向速度的变化主要由俯仰姿态主导。为了进一步说明俯仰姿态对纵向速度起主导作用,并明晰具体的耦合作用过程,将一个运动周期内俯仰姿态对纵向速度的耦合作用与相应的所有耦合作用之和对比,如图 3 所示,图中横坐标 t 表示时间。图中任一时刻,当 C_{14} 与 Δu 同号时表示起增强作用,异号时表示起减弱作用。 C_{14} 与 $\sum C_{1k}$ 很接近,表明纵向速度的变化确由俯仰姿态主导。

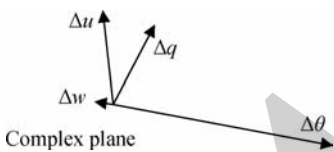


图 2 分离时模态的模态向量

Fig. 2 Modal vector of decoupled mode

表 2 纵横向分离时 Δu 的耦合特性

Table 2 Coupling property of Δu in longitudinal-lateral decoupled case			
k	$C_{1k}^s/(m/s^2)$	C_{1k}^a	$C_{1k}^e/(m/s^2)$
1	0.0176	0	-0.0051
2	0.0002	0.5811	0.0002
3	0.0111	0.8081	-0.0034
4	0.4060	0.5984	0.4059

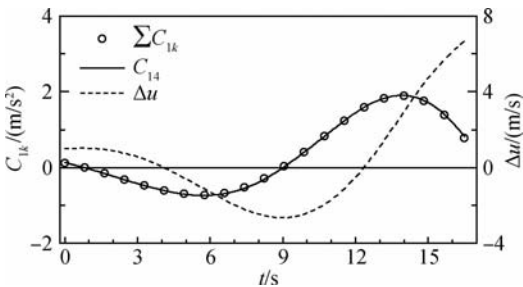


图 3 纵横向分离时 Δu 的耦合过程

Fig. 3 Coupling process of Δu in longitudinal-lateral decoupled case

表 3 列出了所有纵向状态量对垂向速度耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。从幅值特性可以看出,俯仰角速度对垂向速度的耦合可忽略不计,其余耦合作用幅值特性的量级相当,但都较小。从时间特性可以看出,纵向速度 41.89% 的时间起增强作用,垂向速度始终对自身起减弱作用,俯仰姿态 98.26% 的时间起增强作用。从积分特性可以看出,纵向速度和俯仰姿态对垂向速度耦合作用的积分特性均为正,加快垂向速度的发散,且前者的值较大,垂向速度对自身作用的积分特性为负,减缓其发散。类似于图 3,将一个周期内 3 个幅值特性量值相当的耦合作用之和与所有耦合作用之和对比,如图 4 所示。两者很接近,说明垂向速度的变化确实与这 3 个因素相关。以上分析表明,垂向速度不仅运动量相对较小,而且所受到的耦合作用也相对较弱。

表 3 纵横向分离时 Δw 的耦合特性

Table 3 Coupling property of Δw in longitudinal-lateral decoupled case			
k	$C_{2k}^s/(m/s^2)$	C_{2k}^a	$C_{2k}^e/(m/s^2)$
1	0.0092	0.4189	0.0078
2	0.0068	0	-0.0020
3	0.0002	0.3891	-0.0002
4	0.0116	0.9826	0.0028

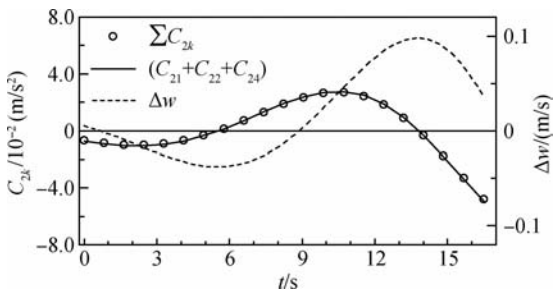


图 4 纵横向分离时 Δw 的耦合过程

Fig. 4 Coupling process of Δw in longitudinal-lateral decoupled case

表 4 列出了所有纵向状态量对俯仰角速度耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。从幅值特性可以看出,纵向速度耦合作用的幅值特性以及俯仰角速度对自身作用的幅值特性相对较大,耦合作用相对较强,垂向速度的耦合很弱。从时间特性可以看出,纵向速度 80.81% 的时间对俯仰角速度起增强作用,俯仰角速度始终对自身起减弱作用,耦合较弱的垂向速度亦有其时间特性。从积分特性可以看出,纵向速度对俯仰角速度耦合作用的积分特性为正,加快俯仰角速度的

发散,俯仰角速度对自身作用的积分特性为负,减缓其发散。将一个周期内纵向速度和俯仰角速度自身对俯仰角速度的作用之和与所有耦合作用之和对比,如图 5 所示。两者很接近,进一步说明了俯仰角速度的变化由纵向速度和俯仰角速度自身主导。

表 5 列出了所有纵向状态量对俯仰姿态耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性。从表中可以看出,俯仰姿态的变化由俯仰角速度主导,并可以由图 6 得到进一步验证。俯仰角速度对俯仰姿态的主导是由运动学关系决定的。

表 4 纵横向分离时 Δq 的耦合特性

Table 4 Coupling property of Δq in longitudinal-lateral decoupled case			
k	$C_{3k}^s / (\text{rad/s}^2)$	C_{3k}^a	$C_{3k}^g / (\text{rad/s}^2)$
1	0.011 3	0.808 1	0.008 8
2	0.000 1	0.610 9	-0.000 1
3	0.007 4	0	-0.002 2
4	0	0	0

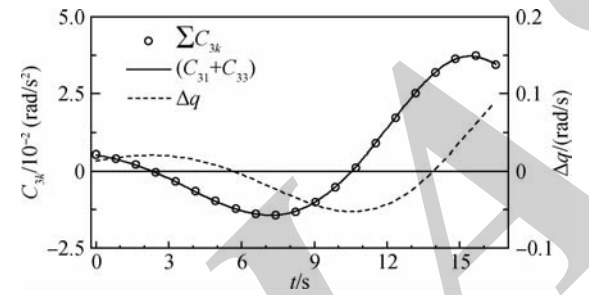


图 5 纵横向分离时 Δq 的耦合过程

Fig. 5 Coupling process of Δq in longitudinal-lateral decoupled case

表 5 纵横向分离时 $\Delta \theta$ 的耦合特性

Table 5 Coupling property of $\Delta \theta$ in longitudinal-lateral decoupled case			
k	$C_{4k}^s / (\text{rad/s})$	C_{4k}^a	$C_{4k}^g / (\text{rad/s})$
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0.016 5	0.593 5	0.016 5
4	0	0	0

文献[14]中,认为该模态中的俯仰角速度主要受纵向速度和俯仰角速度自身的共同作用,本文的分析与之一致,并给出了定量结果。本文分析纵向速度中耦合作用时,还识别出了相对较弱的纵向速度对自身的作用(C_{11})。此外,本文还给出了因为运动相对较小而文献[1,14]中通常忽略

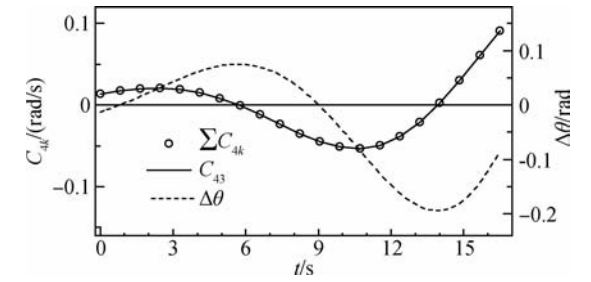


图 6 纵横向分离时 $\Delta \theta$ 的耦合过程

Fig. 6 Coupling process of $\Delta \theta$ in longitudinal-lateral decoupled case

的垂向速度中所有耦合的耦合特性。

2.2 纵横向耦合的情况

为了分析纵横向耦合对上述运动模态中状态量间耦合特性的影响,表 6~表 9 分别给出了纵横向耦合时运动模态中所有状态量对各个纵向状态量耦合作用的耦合特性,并与纵横向分离情况进行了对比。

表 6 为纵向速度的耦合特性,从幅值特性可以看出,纵横向耦合时,俯仰姿态对纵向速度耦合作用幅值特性的值仍最大,且比纵横向分离时增加了 44.38%,耦合加强。其余状态量对纵向速度的耦合作用均相对较弱。从时间特性可以看出,俯仰姿态 67.42%的时间对纵向速度起增强作用,时间特性比纵横向分离时增加了 12.67%。从积分特性可以看出,俯仰姿态对纵向速度耦合作用的积分特性依然为正,且其值比纵横向分离时增加了 44.27%,所起的增强作用更强,促使纵向速度发散更快。

表 7 为垂向速度的耦合特性,从表中可以发现,纵横向耦合时垂向速度的耦合特性与纵横向分离时有一定的差别,纵横向耦合不仅改变了纵向状态量对垂向速度的耦合,而且还引入了横航向状态量的耦合,但由于耦合作用幅值特性与纵横向分离时的量级相当,纵横向耦合对该状态量耦合特性的作用没有实质性的影响。

表 8 为俯仰角速度的耦合特性,从幅值特性可以看出,与纵横向分离相比,纵横向耦合后俯仰角速度对自身作用的幅值特性增加了一倍,但纵向、垂向速度对俯仰角速度的幅值特性基本不变。此外,纵横向耦合引起横向速度和滚转角速度对俯仰角速度的耦合作用,其幅值特性分别是纵向速度耦合幅值特性的 200%和 97.35%。从时间特性可以看出,纵横向耦合使纵向速度对俯仰角速度的时间特性减小了 16.1%,垂向速度的时间

表 6 纵横向耦合时 Δu 的耦合特性

Table 6 Coupling property of Δu in longitudinal-lateral coupled case

k	$C_{1k}^s/(\text{m/s}^2)$		C_{1k}^a		$C_{1k}^g/(\text{m/s}^2)$	
	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled
1	0.0176	0.0175	0	0	-0.0051	-0.0085
2	0.0002	0.0003	0.5811	0.9434	0.0002	0.0001
3	0.0111	0.0220	0.8081	0.6780	-0.0034	-0.0107
4	0.4060	0.5862	0.5984	0.6742	0.4059	0.5856
5		0.0336		0.3651		0.0201
6		0.0164		0.3072		-0.0163
7		0		0		0
8		0		0		0

表 7 纵横向耦合时 Δw 的耦合特性

Table 7 Coupling property of Δw in longitudinal-lateral coupled case

k	$C_{2k}^s/(\text{m/s}^2)$		C_{2k}^a		$C_{2k}^g/(\text{m/s}^2)$	
	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled
1	0.0092	0.0092	0.4189	0.0566	0.0078	-0.0058
2	0.0068	0.0132	0	0	-0.0020	-0.0064
3	0.0002	0.0004	0.3891	0.7346	-0.0002	-0.0001
4	0.0116	0.0168	0.9826	0.6176	0.0028	0.0166
5		0.0069		0.3085		0.0031
6		0.0009		0.3638		-0.0009
7		0.0318		0.9785		0.0172
8		0		0		0

表 8 纵横向耦合时 Δq 的耦合特性

Table 8 Coupling property of Δq in longitudinal-lateral coupled case

k	$C_{3k}^s/(\text{rad/s}^2)$		C_{3k}^a		$C_{3k}^g/(\text{rad/s}^2)$	
	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled
1	0.0113	0.0113	0.8081	0.6780	0.0088	0.0113
2	0.0001	0.0002	0.6109	0.2654	-0.0001	-0.0002
3	0.0074	0.0148	0	0	-0.0022	-0.0072
4	0	0	0	0	0	0
5		0.0226		0.9569		0.0082
6		0.0110		0.3709		0.0067
7		0		0		0
8		0		0		0

表 9 纵横向耦合时 $\Delta \theta$ 的耦合特性

Table 9 Coupling property of $\Delta \theta$ in longitudinal-lateral coupled case

k	$C_{4k}^s/(\text{rad/s})$		C_{4k}^a		$C_{4k}^g/(\text{rad/s})$	
	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled	Decoupled	Coupled
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0.0165	0.0328	0.5935	0.6478	0.0165	0.0327
4	0	0	0	0	0	0
5		0		0		0
6		0		0		0
7		0		0		0
8		0.0020		0.8994		0.0015

特性值虽然也减小,但由于相应的幅值特性小,其作用也很小。俯仰角速度的时间特性与纵横向分离时相同。此外,横向速度 95.69% 的时间对俯仰角速度起增强作用,滚转角速度 37.09% 的时间对俯仰角速度起增强作用。从积分特性可以看出,除了垂向速度变化很小外,纵向速度引起的俯仰角速度发散是纵横向分离时的 1.28 倍,俯仰角速度引起的自身发散的减慢是纵横向分离时的 3.27 倍。此外,横向速度和滚转角速度的积分特性均使俯仰角速度发散更快,其值分别是纵向速度对俯仰角速度积分特性的 72.57% 和 59.29%。

表 9 为俯仰姿态的耦合特性,从表中可以看出,纵横向耦合使偏航角速度也对俯仰姿态的变化产生影响,但幅值特性和积分特性与俯仰角速度相比均不足 10%,纵横向耦合对该状态量耦合特性的作用没有实质性的影响。

综上所述,由于纵横向耦合,俯仰姿态对纵向速度增强作用更强,纵向速度的发散更快;俯仰角速度受纵向速度作用增强,而且横向速度和滚转角速度也对俯仰角速度起增强作用,虽然俯仰角速度对自身的减弱作用更大,但不及纵向速度、横向速度和滚转角速度的增强作用,使俯仰角速度发散更快。最终,纵横向耦合使该运动模态的耦合特性发生较大变化,并导致其稳定性变差。

3 结 论

1) 提出了一种能够揭示直升机运动模态中状态量间耦合特性的定量分析方法。该方法通过运动模态中状态量间耦合作用的幅值特性、时间特性和积分特性,定量描述状态量间耦合作用的特点。幅值特性反映耦合作用的相对强弱。时间特性描述耦合作用起增强或减弱作用的时间比例。积分特性衡量耦合作用引起状态量收敛/发散的快慢。

2) 对“美洲豹”直升机悬停状态的典型纵向振荡模态,纵横向分离时其运动特征主要由纵向线运动和俯仰角运动决定。纵向速度的变化由俯仰姿态主导,俯仰角速度的变化由纵向速度和俯仰角速度自身共同主导。纵横向耦合不仅增强纵横向分离时的耦合作用,而且引入了横航速度和滚转角速度对俯仰角速度的耦合,促使俯仰角速度的发散,运动模态的稳定性变差。

参考文献:

[1] PADFIELD G D. Helicopter flight dynamics; the theory

and application of flying qualities and simulation modelling [M]. 2nd ed. Washington DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.

- [2] GESSOW A, AMER K B. An introduction to the physical aspects of helicopter stability[R]. Washington DC: National Advisory Committee for Aeronautics, 1950.
- [3] ZHANG R, ZHAO J, DONG J. Simulation of flight dynamics for helicopter icing[C]// Proceedings of the 14th International Conference on Man-Machine-Environment System Engineering. Berlin: Springer, 2015: 341-348.
- [4] OKTAY T, SAL F. Helicopter control energy reduction using moving horizontal tail[J]. The Scientific World Journal, 2015, 2015: 1-10.
- [5] MUSCARELLO V, QUARANTA G, MASARATI P, et al. Prediction and simulator verification of roll/lateral adverse aeroservoelastic rotorcraft-pilot couplings[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(1): 42-60.
- [6] KADHIM K J, SHAHID A N J. Simulation of longitudinal stability of helicopter in forward flight[J]. Journal of Engineering, 2013, 19(3): 357-376.
- [7] LOPEZ M, PRASAD J V R. Fidelity of reduced order time invariant linear (LTI) models for integrated flight and rotor control applications[C]// Proceedings of the 69th AHS Annual Forum. Phoenix, Arizona, USA: American Helicopter Society International, 2013: 1967-1985.
- [8] OLCER F E, PRASAD J V R. A methodology for evaluation of coupled rotor-body stability using reduced order linear time invariant (LTI) models[C]// Proceedings of the 67th AHS Annual Forum. Virginia Beach, Virginia, USA: American Helicopter Society International, 2011: 1405-1411.
- [9] KENDRICK S A, WALKER D J. The modelling simulation and control of helicopters operating with external loads[C]// Proceedings of the 62nd AHS Annual Forum. Phoenix, Arizona, USA: American Helicopter Society International, 2006: 1022-1035.
- [10] OKTAY T, SULTAN C. Modeling and control of a helicopter slung-load system[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 29(1): 206-222.
- [11] 曹龙, 曹义华, 李春华. 直升机-吊挂耦合系统平衡特性和稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(9): 1219-1224.
- CAO Long, CAO Yihua, LI Chunhua. Equilibrium characteristics and stability analysis of helicopter-slung-load coupling system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9): 1219-1224. (in Chinese)
- [12] 齐万涛, 陈仁良. 直升机吊挂飞行稳定性和操纵性分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(3): 406-412.
- QI Wantao, CHEN Renliang. Stability and control characteristic analysis for flight of helicopter with slung-load[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astro-

- nautics, 2011, 43(3): 406-412. (in Chinese)
- [13] 沈雳. 直升机飞行品质对设计参数的敏感性分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- SHEN Li. Design sensitivity analysis for helicopter handling qualities[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [14] BRAMWELL A R S, DONE G, Balmford D. BRAMWELL's helicopter dynamics [M]. 2nd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [15] 高正, 陈仁良. 直升机飞行动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [16] PROUTY R W. Crosscoupling: its effects on helicopter flight [J]. Flight Safety Foundation-Helicopter Safety, 1989, 15(3): 1-4.
- [17] WATSON D C, HINDSON W S. In-flight simulation investigation of rotorcraft pitch-roll cross coupling [R]. NASA-TM-101059, 1988.
- [18] MOURITSEN S K. Helicopter roll-pitch coupling feedback model and comparisons with handling qualities flight test data[C]// Proceedings of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. Scottsdale, Ariz: AIAA, 1994: 284-294.
- [19] BLANKEN C L, PAUSDER H J, OCKIER C J. An investigation of the effects of pitch-roll (de) coupling on helicopter handling qualities[R]. NASA-TM-110349, 1995.
- [20] HICKS K L, RODRIGUEZ A A. Decoupling compensation for the Apache helicopter[C]// Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control. Kobe, Japan: IEEE, 1996: 1551-1556.
- [21] MANSUR M H, TISCHLER M B. An empirical correction method for improving off-axes response prediction in component type flight mechanics helicopter models [R]. NASA-TM-110406, 1997.
- [22] SHAHMIRI F, SAGHAFI F. Improvement of dynamic response prediction of helicopters[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2007, 79(6): 579-592.
- [23] 徐进, 孙传伟, 高正. 适用于直升机俯仰与滚转机动分析的广义动态尾迹模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2005, 37(2): 135-139.
- XU Jin, SUN Chuanwei, GAO Zheng. Generalized dynamic wake model applied to helicopter pitching and rolling maneuver[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 37(2): 135-139. (in Chinese)
- [24] 徐进. 直升机大机动飞行中旋翼非定常空气动力研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- XU Jin. Unsteady aerodynamic investigation of the isolated rotor in large amplitude maneuvering flight[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [25] 徐进, 高正. 适合机动飞行的旋翼气动模型研究[J]. 航空动力学报, 2008, 23(1): 94-99.
- XU Jin, GAO Zheng. Study of aerodynamic model for the maneuvering rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(1): 94-99. (in Chinese)
- [26] 李攀. 旋翼非定常自由尾迹及高置信度直升机飞行力学建模研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- LI Pan. Rotor unsteady free-vortex wake model and investigation on high-fidelity modeling of helicopter flight dynamics[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [27] FREDERICK D K. Formulation and validation of high-order mathematical methods of helicopter flight dynamics [D]. Washington DC: University of Maryland College, 1991.
- [28] 高普云. 非线性动力学——分叉、混沌与孤立子[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2005.
- [29] THOMSON W T, DAHLEH M D. Theory of vibration with application[M]. 5th ed. Beijing: Qsingingha University Press, 2005.
- [30] 薛海峰, 向锦武, 张晓谷. 直升机前飞空中共振稳定性和各自由度相互作用研究[J]. 航空学报, 2005, 26(4): 454-457.
- XUE Haifeng, XIANG Jinwu, ZHANG Xiaogu. Investigation of helicopter air resonance dynamic stability in forward flight and mutual excitation of different degrees of freedom [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(4): 454-457. (in Chinese)
- [31] 薛海峰, 向锦武, 张晓谷. 前飞状态旋翼动稳定性及自由度间相互作用研究[J]. 航空动力学报, 2004, 19(5): 671-677.
- XUE Haifeng, XIANG Jinwu, ZHANG Xiaogu. Investigation of rotor dynamic stability and mutual excitation of different degrees of freedoms in forward flight[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5): 671-677. (in Chinese)
- [32] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 第5版. 北京: 科学出版社, 2007.

(编辑: 王碧珺)